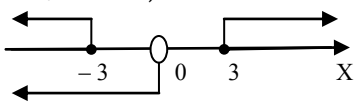
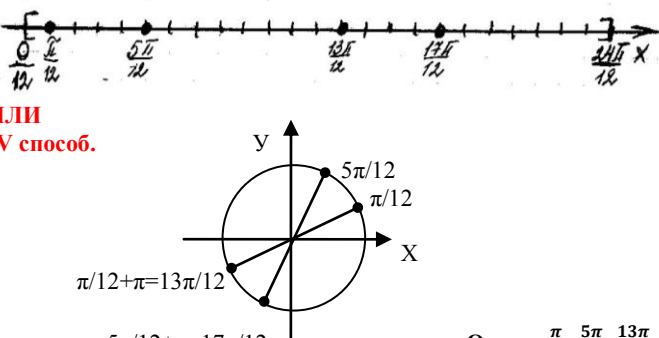


**Обобщение: простейшие уравнения (для объяснения)****В – 7**

№ п/п	Задание	Решение и ответ
<b>Решите уравнения:</b>		
1.	$2x^2 + 15x + 7 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.	$a = 2; b = 15; c = 7. D = b^2 - 4ac; D = 15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7;$ $D = 169; \sqrt{D} = 13; x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};$ $x_1 = \frac{-15 - 13}{2 \cdot 2} = -7; x_2 = \frac{-15 + 13}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2} = -0,5;$ Больший корень равен $-0,5$ . <b>Ответ: -0,5</b>
2.	$\frac{1}{7}x^2 = 5\frac{1}{7}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней	$\frac{1}{7}x^2 = \frac{36}{7}; x^2 = \frac{36}{7} \cdot \frac{1}{7}; x^2 = \frac{36}{7} \cdot \frac{7}{1}; x^2 = 36; x = \pm 6.$ Меньший из корней равен $-6$ . <b>Ответ: -6</b>
3.	$\frac{6}{x^2 + 5x} = 1$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней	ОДЗ: $x^2 + 5x \neq 0; x(x + 5) \neq 0; x \neq 0; x \neq -5.$ $\frac{6}{x^2 + 5x} = \frac{1}{1}; 1 \cdot (x^2 + 5x) = 1 \cdot 6; x^2 + 5x - 6 = 0;$ $D = 49; x_1 = -6; x_2 = 1.$ Оба корня удовлетворяют ОДЗ Меньший из корней равен $-6$ . <b>Ответ: -6</b>
4.	$\frac{x + 2}{3x + 5} = \frac{x + 2}{5x + 3}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.	$(x + 2)(5x + 3) = (x + 2)(3x + 5);$ ОДЗ: $3x + 5 \neq 0;$ $(x + 2)(5x + 3) - (x + 2)(3x + 5) = 0; 5x + 3 \neq 0.$ $(x + 2)((5x + 3) - (3x + 5)) = 0; x \neq -\frac{5}{3}; x \neq -\frac{3}{5}$ $(x + 2)(2x - 2) = 0;$ $x + 2 = 0; 2x - 2 = 0;$ $x = -2; x = 1.$ Оба корня удовлетворяют ОДЗ Больший из корней равен $1$ . <b>Ответ: 1</b>
5.	$x^6 = (5x - 4)^3$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из них	Так как $x^6 \geq 0$ при любом $x$ , то $(5x - 4)^3 \geq 0$ , то есть $5x - 4 \geq 0, x \geq 0,8.$ $\sqrt[3]{x^6} = \sqrt[3]{(5x - 4)^3}; x^2 = 5x - 4; x^2 - 5x + 4 = 0;$ $D = 9; \sqrt{D} = 3; x_1 = 1; x_2 = 4.$ Оба корня удовлетворяют ОДЗ Больший из корней равен $4$ . <b>Ответ: 4</b>
6.	$(x - 5)(x + 7) = \frac{x - 5}{x + 7}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите наименьший из них	ОДЗ: $x + 7 \neq 0; x \neq -7.$ $(x + 7)(x - 5)(x + 7) = (x - 5);$ $(x + 7)(x - 5)(x + 7) - (x - 5) = 0;$ $(x - 5)((x + 7)^2 - 1) = 0;$ $x - 5 = 0; (x + 7)^2 - 1 = 0;$ $x = 5. x^2 + 14x + 49 - 1 = 0;$ $x^2 + 14x + 48 = 0;$ $D = 4; \sqrt{D} = 2; x_1 = -8; x_2 = -6.$ Все корни удовлетворяют ОДЗ Наименьший из корней равен $-8$ . <b>Ответ: -8</b>
7.	$4x + \frac{3}{x} = \frac{4x + 3}{x}$	ОДЗ: $x \neq 0.$ $\frac{4x^2 + 3}{x} = \frac{4x + 3}{x}; / \cdot x \neq 0;$ $4x^2 + 3 = 4x + 3; 4x^2 + 3 - 4x - 3 = 0; 4x^2 - 4x = 0;$ $4x(x - 1) = 0; x = 0; x = 1.$ $0$ не удовлетворяет ОДЗ; $1$ удовлетворяет ОДЗ. <b>Ответ: 1</b>
8.	$\sqrt{10 + 3x} = x + 4$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них	$(\sqrt{10 + 3x})^2 = (x + 4)^2;$ ОДЗ: $10 + 3x \neq 0,$ $10 + 3x = x^2 + 8x + 16; 3x \neq -10,$ $x^2 + 8x + 16 - 10 - 3x = 0; x \neq -10/3,$ $x^2 + 5x + 6 = 0;$ $D = 1; x_1 = -3; x_2 = -2.$ Оба корня удовлетворяют ОДЗ Меньший из корней равен $-3$ . <b>Ответ: -3</b>
9.	$\sqrt{\frac{1}{7 - 6x}} = 0,25$	$(\sqrt{\frac{1}{7 - 6x}})^2 = (\frac{1}{4})^2;$ ОДЗ: $7 - 6x \neq 0.$ $\frac{1}{7 - 6x} = \frac{1}{16};$ $7 - 6x = 16; -6x = 9; x = 1,5$ $1,5$ удовлетворяет ОДЗ. <b>Ответ: 1,5</b>

10.	$\frac{\sqrt{x^2-9}-4}{\sqrt{-7x}} = 0$	<p>ОДЗ: <math>\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0, \\ -7x &gt; 0; \end{cases} \begin{cases} x \leq -3, \text{ или } x \geq 3 \\ x &lt; 0 \end{cases}</math></p>  <p>Дробь равна 0, если её числитель равен 0, а знаменатель не равен 0.  <math>\sqrt{x^2-9}-4=0</math>; <math>\sqrt{x^2-9}=4</math>; <math>x^2-9=16</math>;  <math>x^2=25</math>; <math>x=\pm 5</math>.  <math>-5</math> удовлетворяет ОДЗ, <math>5</math> не удовлетворяет ОДЗ.</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ: - 5</b></p>
11.	$\sqrt{-2-x}\sqrt{3-2x} = 3$	<p>ОДЗ: <math>\begin{cases} -2-x \geq 0, \\ 3-2x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \geq 2, \\ -2x \geq -3; \end{cases} \begin{cases} x \leq -2, \\ x \leq 1,5; \end{cases} x \leq -2</math>.</p> $(\sqrt{-2-x}\sqrt{3-2x})^2 = 3^2;$ $(\sqrt{-2-x})^2 \cdot (\sqrt{3-2x})^2 = 9;$ $(-2-x) \cdot (3-2x) = 9;$ $-6+4x-3x+2x^2-9=0;$ $2x^2+x-15=0;$ $D=121; x_1=-3; x_2=2,5.$ <p><math>-3</math> удовлетворяет ОДЗ, <math>2,5</math> не удовлетворяет ОДЗ.</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ: - 3</b></p>
12.	$\sin \frac{\pi x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ <p>В ответе напишите наименьший положительный корень уравнения</p>	$\frac{\pi x}{4} = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\frac{\pi x}{4} = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\pi x = (-1)^k \cdot \pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $x = (-1)^k + 4k, k \in \mathbb{Z}.$ <p>Так как в ответе надо написать наименьший положительный корень, то необходимо рассмотреть решение при <math>k</math> четном и нечетном значениях.</p> <p>Если <math>k</math> – четное число, т.е. <math>k = 2p</math>, тогда  <math>x = (-1)^{2p} + 4 \cdot 2p</math>; <math>x = 8p, p \in \mathbb{Z}</math></p> <p>Если <math>k</math> – нечетное число, т.е. <math>k = 2p+1</math>, тогда  <math>x = (-1)^{2p+1} + 4 \cdot (2p+1)</math>; <math>x = -1 + 8p + 4</math>, <math>x = 3 + 8p, p \in \mathbb{Z}</math></p> <p><b>1 способ.</b> Чтобы найти наименьший положительный корень, следует решить неравенство:  <math>(-1)^k + 4k &gt; 0</math>; т.е.  <math>8p &gt; 0</math> ; <math>3 + 8p &gt; 0</math>  <math>p &gt; 0</math> ; <math>p &gt; -\frac{3}{8}</math>  <math>p \in \mathbb{Z}, p = 1</math>; <math>p \in \mathbb{Z}, p = 0</math>  <math>x = 8</math>, <math>x = 3 + 8 \cdot 0 = 3</math>.</p> <p>Наименьший положительный корень 3.</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ: 3</b></p>
13.	$\cos \frac{\pi x}{18} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ <p>В ответе напишите наибольший отрицательный корень уравнения</p>	$\frac{\pi x}{18} = \pm \arccos \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\frac{\pi x}{18} = \pm \left( \pi - \arccos \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\frac{\pi x}{18} = \pm \left( \pi - \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\frac{\pi x}{18} = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $x = \pm \frac{27}{2} + 36k, k \in \mathbb{Z}$ <p>Так как в ответе надо написать наибольший отрицательный корень, то необходимо рассмотреть решение отдельно с «+» и отдельно с «-». То есть</p> $x = \frac{27}{2} + 36k, k \in \mathbb{Z} \quad \text{и} \quad x = -\frac{27}{2} + 36k, k \in \mathbb{Z}$ <p><b>1 способ.</b> Чтобы найти наибольший отрицательный корень, следует решить неравенство:  <math>\frac{27}{2} + 36k &lt; 0, k \in \mathbb{Z}</math>    и    <math>-\frac{27}{2} + 36k &lt; 0, k \in \mathbb{Z}</math>  <math>36k &lt; -\frac{27}{2}, k \in \mathbb{Z}</math>    <math>36k &lt; \frac{27}{2}, k \in \mathbb{Z}</math>  <math>k &lt; -\frac{3}{4}, k \in \mathbb{Z}</math>    <math>k &lt; \frac{3}{4}, k \in \mathbb{Z}</math>  <math>k \in \mathbb{Z}, k = -1</math>,    <math>k \in \mathbb{Z}, k = 0</math>  <math>x = \frac{27}{2} + 36 \cdot (-1)</math>,    <math>x = -\frac{27}{2} + 36 \cdot 0</math>,  <math>x = -22,5</math>,    <math>x = -13,5</math></p> <p>Наибольший отрицательный корень равен <math>-13,5</math>.</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ: - 13,5</b></p>

14.	$tg \frac{\pi x}{12} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ В ответе напишите наименьший положительный корень уравнения	$\frac{\pi x}{12} = \arctg \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \pi k, k \in \mathbb{Z};$ <b>II способ.</b> Если $k < 0$ , то $x < 0$ ; $\frac{\pi x}{12} = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ Если $k = 0$ , то $x = 2$ ; $x = 2 + 12k, k \in \mathbb{Z};$ Если $k > 0$ , то $x > 2$ . <b>Ответ: 2</b>
15.	$\sin \pi x \cos \frac{\pi}{6} = \cos \pi x \sin \frac{\pi}{6}$ В ответе напишите наибольший отрицательный корень уравнения	$\sin \pi x \cos \frac{\pi}{6} - \cos \pi x \sin \frac{\pi}{6} = 0;$ $\sin \left( \pi x - \frac{\pi}{6} \right) = 0;$ <b>II способ.</b> Если $k > 0$ , то $x > 1/6$ $\pi x - \frac{\pi}{6} = \pi k, k \in \mathbb{Z};$ Если $k = 0$ , то $x = 1/6$ ; $\pi x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$ Если $k = -1$ , то $x = -5/6$ ; $x = \frac{1}{6} + k, k \in \mathbb{Z}.$ Если $k < -1$ , то $x < -5/6$ ; <b>Ответ: -5/6</b>
16.	$2 \sin x \cos x = 1$ В ответе запишите корни, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$	$\sin 2x = \frac{1}{2},$ Если $k = 2m$ , то $2x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = \frac{\pi}{12} + \pi m, m \in \mathbb{Z},$ $2x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z},$ Если $k = 2m + 1$ , то $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z},$ $x = \frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in \mathbb{Z}.$ <b>III способ.</b> $[0; 2\pi] \leftrightarrow \left[ \frac{0}{12}; \frac{24\pi}{12} \right]$ $m = 0$ , то $x = \frac{\pi}{12} \in [0; 2\pi], x = \frac{5\pi}{12} \in [0; 2\pi],$ $m = 1$ , то $x = \frac{13\pi}{12} \in [0; 2\pi], x = \frac{17\pi}{12} \in [0; 2\pi],$ $m = 2$ , то $x = \frac{25\pi}{12} \notin [0; 2\pi], x = \frac{29\pi}{12} \notin [0; 2\pi],$ $m = -1$ , то $x = -\frac{11\pi}{12} \notin [0; 2\pi], x = -\frac{7\pi}{12} \notin [0; 2\pi],$ $m > 2$ и $m < -1$ , то $x \notin [0; 2\pi].$  <b>ИЛИ IV способ.</b> <b>Ответ: <math>\frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; \frac{13\pi}{12}; \frac{17\pi}{12}</math></b>
17.	$17^{13-x} = 11^{13-x}$	$\frac{17^{13-x}}{11^{13-x}} = 1; \left( \frac{17}{11} \right)^{13-x} = 1; \left( \frac{17}{11} \right)^{13-x} = \left( \frac{17}{11} \right)^0; 13 - x = 0; x = 13.$ <b>Ответ: 13</b>
18.	$9^{11-x} = 63 \cdot 7^{x-11}$	$\frac{9^{11-x}}{7^{x-11}} = 63; \frac{9^{11-x}}{7^{-1(11-x)}} = 63; 9^{11-x} \cdot 7^{11-x} = 63; (9 \cdot 7)^{11-x} = 63;$ $63^{11-x} = 63^1; 11 - x = 1; x = 10.$ <b>Ответ: 10</b>
19.	$\left( \frac{1}{9} \right)^{x+8} \cdot 9^{2x} = 27$	$(9^{-1})^{x+8} \cdot 9^{2x} = 27; 9^{-x-8+2x} = 27; (3^2)^{x-8} = 3^3; 3^{2x-16} = 3^3;$ $2x - 16 = 3; 2x = 19; x = 9,5.$ <b>Ответ: 9,5</b>
20.	$\frac{3^{x^2} - 81}{x - 2} = 0$	ОДЗ: $x - 2 \neq 0; x \neq 2.$ $3^{x^2} - 81 = 0; 3^{x^2} = 81; 3^{x^2} = 3^4; x^2 = 4; x = \pm 2.$ $-2$ удовлетворяет ОДЗ, $2$ не удовлетворяет ОДЗ. <b>Ответ: -2</b>
21.	$3 \cdot 9^x + 2 \cdot 3^x - 1 = 0$	Введём замену. Пусть $3^x = y$ , тогда $9^x = y^2$ . Получим: $3y^2 + 2y - 1 = 0. D = 16; y_1 = -1, y_2 = \frac{1}{3}.$ Обратная замена. $3^x = -1; 3^x = \frac{1}{3}$ решений нет, $3^x = 3^{-1}$ т.к. $3^x > 0$ при любом $x; x = -1.$ <b>Ответ: -1</b>
22.	$\log_8(x + 3) = \log_9(x + 3)$	Применяем формулу $\log_a a = \frac{\log_c a}{\log_c a}$ ОДЗ: $x + 3 > 0;$ $\log_8(x + 3) = \frac{\log_8(x+3)}{\log_8 9}; x > -3.$ $\log_8(x + 3) \cdot \log_8 9 = \log_8(x + 3);$ $\log_8(x + 3) \cdot \log_8 9 - \log_8(x + 3) = 0;$ $\log_8(x + 3) \cdot (\log_8 9 - 1) = 0;$ так как число $(\log_8 9 - 1) \neq 0$ , тогда $\log_8(x + 3) = 0; x + 3 = 8^0; x + 3 = 1; x = -2.$ $-2$ удовлетворяет ОДЗ. <b>Ответ: -2</b>
23.	$\log_{25}(x - 4) = 0,5$	ОДЗ: $x - 4 > 0; x > 4.$ $x - 4 = 25^{0,5}; x - 4 = 5; x = 9.$

		9 удовлетворяет ОДЗ. <span style="float: right;">Ответ: 9</span>
24.	$\log_3(5-x) = \log_3(2-x) - 1$	ОДЗ: $\begin{cases} 5-x > 0, & \{x < 5, \\ 2-x > 0; & \{x < 2; \end{cases} x < 2.$ $\log_3(5-x) + 1 = \log_3(2-x);$ $\log_3(5-x) + \log_3 3 = \log_3(2-x);$ $\log_3((5-x) \cdot 3) = \log_3(2-x);$ $15-3x = 2-x; -3x+x = 2-15; -2x = -13; x = 6,5.$ 6,5 не удовлетворяет ОДЗ. <span style="float: right;">Ответ: решений нет</span>
25.	$\log_2(x^2-7) = \log_{x+4}(x+4)$	ОДЗ: $\begin{cases} x+4 > 0, & \{x > -4 \\ x+4 \neq 1; & \{x \neq -3 \end{cases}$ $\log_2(x^2-7) = 1; x^2-7 = 2^1; x^2 = 9; x = \pm 3.$ -3 не удовлетворяет ОДЗ; 3 удовлетворяет ОДЗ. <span style="float: right;">Ответ: 3</span>

## Занятие 5

### Обобщение: простейшие уравнения (решение)

#### В – 7

№ п/п	Задание	Решение и ответ
<b>Решите уравнения:</b>		
1.	$2x^2 + 9x + 9 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней	$a = 2; b = 9; c = 9. D = b^2 - 4ac; D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9;$ $D = 9; \sqrt{D} = 3; x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};$ $x_1 = \frac{-9-3}{2 \cdot 2} = -3; x_2 = \frac{-9+3}{2 \cdot 2} = -\frac{3}{2} = -1,5;$ Меньший корень равен -3. <span style="float: right;">Ответ: -3</span>
2.	$\frac{1}{5}x^2 = 7\frac{1}{5}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней	$\frac{1}{5}x^2 = \frac{36}{5}; x^2 = \frac{36}{5} \cdot \frac{5}{1}; x^2 = \frac{36 \cdot 5}{5 \cdot 1}; x^2 = 36; x = \pm 6.$ Больший из корней равен 6. <span style="float: right;">Ответ: 6</span>
3.	$\frac{8}{x^2 + 7x} = 1$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней	ОДЗ: $x^2 + 7x \neq 0; x(x+7) \neq 0; x \neq 0; x \neq -7.$ $\frac{8}{x^2 + 7x} = \frac{1}{1}; 1 \cdot (x^2 + 7x) = 1 \cdot 8; x^2 + 7x - 8 = 0;$ $D = 81; x_1 = -8; x_2 = 1.$ Оба корня удовлетворяют ОДЗ Больший из корней равен 1. <span style="float: right;">Ответ: 1</span>
4.	$\frac{x+6}{2x+7} = \frac{x+6}{7x+2}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней	$(x+6)(7x+2) = (x+6)(2x+7);$ ОДЗ: $2x+7 \neq 0;$ $(x+6)(7x+2) - (x+6)(2x+7) = 0; 7x+2 \neq 0.$ $(x+6)((7x+2) - (2x+7)) = 0; x \neq -\frac{7}{2}; x \neq -\frac{2}{7}.$ $(x+6)(5x-5) = 0;$ $x+6 = 0; 5x-5 = 0;$ $x = -6; x = 1.$ Оба корня удовлетворяют ОДЗ Меньший из корней равен -6. <span style="float: right;">Ответ: -6</span>
5.	$x^{10} = (12x-20)^5$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них	
6.	$(x-2)(x+3) = \frac{x-2}{x+3}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите наименьший из них	
7.	$2x + \frac{5}{x} = \frac{2x+5}{x}$	
8.	$\sqrt{11+5x} = x+3$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из них	
9.	$\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$	
10.	$\frac{\sqrt{x^2-19}-9}{\sqrt{-5x}} = 0$	
11.	$\sqrt{-3-x}\sqrt{5-4x} = -4$	

12.	$\sin \frac{\pi x}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ В ответе напишите наименьший положительный корень уравнения	
13.	$\cos \frac{\pi x}{3} = \frac{1}{2}$ В ответе напишите наибольший отрицательный корень уравнения	
14.	$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{18} = \sqrt{3}$ В ответе напишите наименьший положительный корень уравнения	
15.	$\sin \frac{\pi x}{3} \cos \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi x}{3} \sin \frac{\pi}{3}$ В ответе напишите наибольший отрицательный корень уравнения	
16.	$\cos^2 x - \sin^2 x = -1$ В ответе запишите корни, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$	
17.	$19^{x-12} = 13^{x-12}$	
18.	$2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{x+3}$	
19.	$\left(\frac{1}{7}\right)^{x-2} \cdot 7^{3x} = 49$	
20.	$\frac{5^{x^2} - 625}{x+2} = 0$	
21.	$5 \cdot 25^x + 4 \cdot 5^x - 1 = 0$	
22.	$\log_{17}(x+5) = \log_{19}(x+5)$	
23.	$\log_{36}(x-5) = 0,5$	
24.	$\log_3(5-x) = \log_3(2-x) + 1$	
25.	$\log_3(x^2 - 12) = \log_3(-x)$	